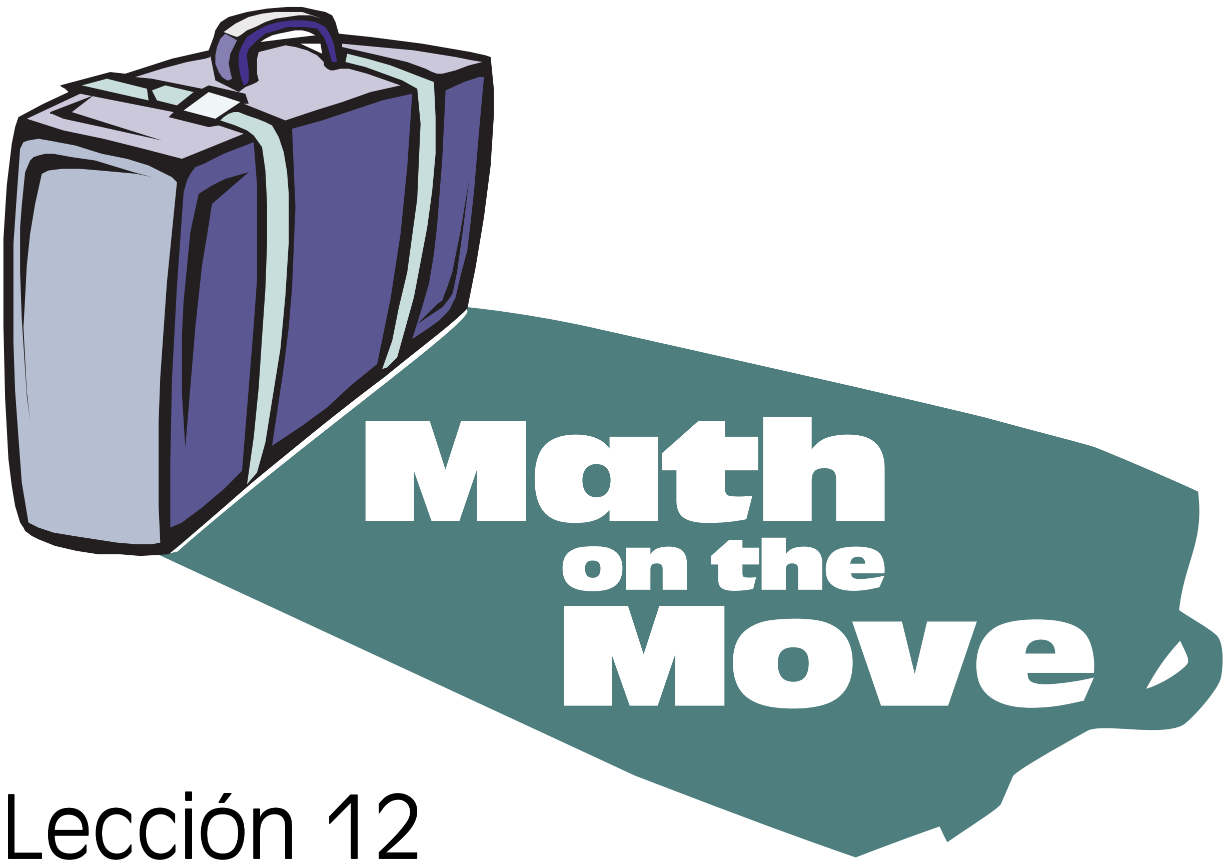
Nombre del estudiante: ______________________	Nombre de la persona de contacto: ______________________
Fecha: ______________________	Número de teléfono: ______________________



Lección 12

Simplificar, substituir y resolver

Objectivos

- Simplificar expresiones algebraicas
- Substituir valores de variables en expresiones algebraiccas
- Resolver y comprobar ecuaciones de dos pasos

Autores:

Jason March, B.A.
Tim Wilson, B.A.

Traductores:

Felisa Brea
Hugo Castillo

Editor:

Linda Shanks

Gráficos/Gráficas:

Tim Wilson
Jason March
Eva McKendry

Como el sistema de medidas estándar es usado comúnmente en los Estados Unidos, esas unidades de medida (inches, feet, yards, miles, pounds, ounces, cups, pints, quarts, y gallons) han sido dejadas en inglés. Estas unidades de medida aparecen en mayor detalle en la lección 14.

Centro National PASS
Centro Migrante BOCES Geneseo
27 Lackawanna Avenue
Mount Morris, NY 14510
(585) 658-7960
(585) 658-7969 (fax)
www.migrant.net/pass

Preparado por el Centro PASS bajo los auspicios del Comité Coordinador Nacional de PASS con fondos del Centro de Servicios de Educación de la Región 20, San Antonio, Texas como parte del proyecto dei Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante (MAS) = Logros en Matemáticas Achievement = Success (MAS) - Además, del apoyo de proyecto del Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante de Oportunidades para el Éxito para los Jóvenes fuera–de-la-Escuela (OSY) bajo el liderazgo del Programa de Educación Migrante de Kansas.

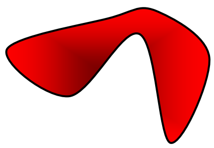
En la lección pasada, nos familiarizamos con el concepto de una variable como algo desconocido. Las variables a veces se comportan como lo hacen los números enteros.

Ejemplo

Simplifica la expresión $3a + 2a$.

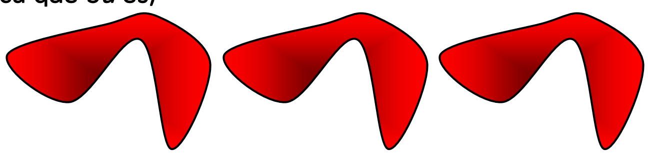
Solución

Tal vez una ilustración nos ayude, digamos que *a* es un objeto extraño, como

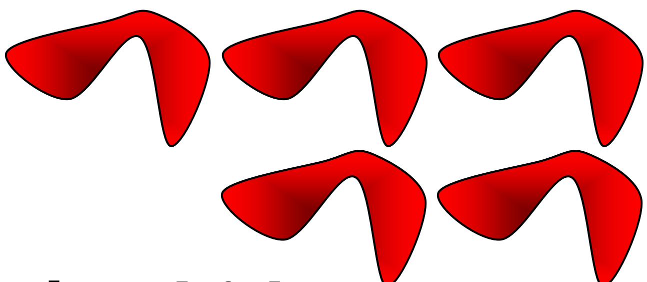


$$= a$$

Esto significa que 3*a* es,



Ahora sumamos 3*a* + 2*a*



$$\begin{array}{r} 3a \\ +\ 2a \\ \hline 5a \end{array}$$

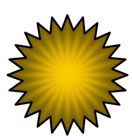
Ves, $3a + 2a = 5a$, como 3 + 2 = 5

Ejemplo

Simplifica la expresión $5x - 2x$

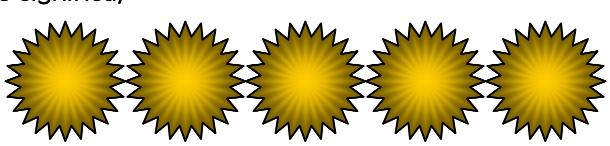
Solución

Ahora trabajamos con la variable *x*. Representemos *x* con un objeto, como



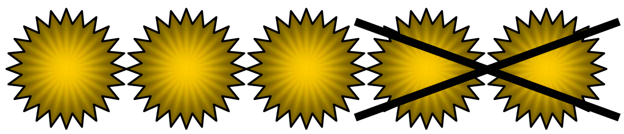
$$= x$$

Esto significa,



$$= 5x$$

Ahora, para mostrar $5x - 2x$, simplemente sacamos dos *x*.

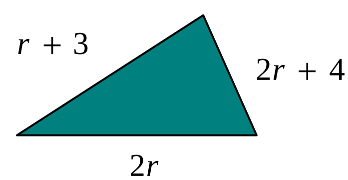


$$5x - 2x$$
$$= 3x$$

Como sospechábamos, $5x - 2x = 3x$, como 5 – 2 = 3. Estos dos ejemplos muestran que las variables pueden ser buenas. Hasta ahora, se comportan como lo hacen los números enteros, excepto que usas una letra en vez de un número. Observemos el siguiente ejemplo.

Ejemplo

Halla el perímetro de este triángulo en términos de *r*.



Solución

El perímetro del triángulo es la <u>suma</u> de lo que miden de largo los lados. Esto es,

$$(r + 3) + (2r + 4) + (2r)$$
$$r + 3 + 2r + 4 + 2r$$

Esta expresión tiene cinco **términos**.

- Un **término** es algo que se separa por la suma o la resta

  Por ejemplo,

$5x$	1 término	El término es 5*x*.
$2a + 9$	2 términos	Son $2a$ y 9.
$4b - 12a + 8$	3 términos	Son $4b, 12a, 8$
$16ab + 2a - 3b + 7$	4 términos	$16ab,\ 2a,\ 3b,\ 7$

Para simplificar $r + 3 + 2r + 4 + 2r$, necesitamos combinar *términos parecidos*, o términos que son similares unos a otros. En este ejemplo, hay términos con la variable *r* y términos sin variable.

Esta expresión tiene cinco términos. Debemos combinar los términos-r

$$r + 3 + 2r + 4 + 2r$$

Si no ves un número delante de una variable, piensa que hay un 1 allí.

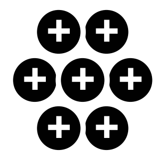
$$= 5r + 3 + 4$$

Ahora, combinamos los términos de números.

$$= 5r + 7$$

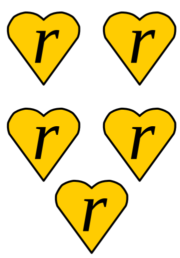
Ahora te preguntarás, "¿qué más?" La respuesta es que acabamos de simplificar. Términos con letras no se combinan con términos que tienen sólo números.

Digamos que r es algo al azar. De nuestro trabajo con números enteros, sabemos que

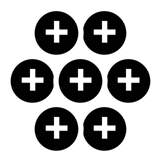


$= 7$

¿Entonces cómo sabes



+



?

¡No se puede! No tiene sentido. Por eso $5r + 7$ es la forma más simple, aunque haya dos términos.

En resumen, combina <u>letras con letras</u> y <u>números con números</u>.

Ejemplo

Simplifica $4n + 3 - n - 1$

Solución

Recuerda, <u>letras con letras</u> y <u>números con números</u>.

Primero, combina los términos parecidos. Incluye siempre el signo a la izquierda de cada término.

$$4n + 3 - n - 1$$

$$= 3n + 3 - 1$$

$$= 3n + 2$$

¡Inténtalo!

1. Simplifica cada expresión.

a) $6m + m$

b) $4x - 2x$

c) $10a - 9a$

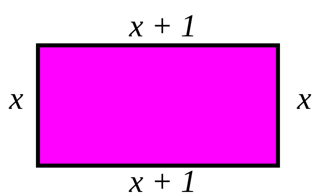
d) $4w - 3 + 7w - 1$

e) $10s + 4s - 6s$

f) $8z - 5 + 2z + 9$

g) $m + m + 1 + m + 2$

2. Halla el perímetro del rectángulo.



En la lección anterior, cada ecuación podía resolverse con una operación. Por ejemplo, la ecuación

$$7 = 3 + x$$

se resolvía al restar 3 de los dos lados. Así terminaba. Muchas de las veces en álgebra, sin embargo, las ecuaciones son un poco más complicadas y resolverlas requieren más de un paso.

Ejemplo

Halla *p*. $2p + 3 = 11$

Solución

Podemos usar lo que aprendimos en la última lección. Para resolver una variable, necesitamos usar operaciones inversas para aislar la variable . ¿Qué operación hacemos primero? Hay <u>dos</u> operaciones que tenemos que deshacer,

$$2p + 3 = 11$$

multiplicación y suma

Deshacemos la suma primero restando 3 de los dos lados.

$$\begin{array}{r|c|l} 2p + 3 & = & 11 \\ -3 & & \underline{-3\ } \\ 2p & = & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|c|l} 2p + 3 & = & 11 \\ \underline{\ \ -3} & & \underline{-3\ } \\ \underline{2p} & = & \underline{8\ } \\ 2 & & 2 \\ p & = & 4 \end{array}$$

Como $2p = 2 \bullet p$, debemos deshacer la multiplicación y *dividir* entre dos.

<u>Check</u>: $p = 4$

Nuestro paso final es comprobar la respuesta.

$$\begin{aligned} 2p + 3 &= 11 \\ 2(\ \ ) + 3 &= 11 \\ 2(4) + 3 &= 11 \\ 8 + 3 &= 11 \\ 11 &= 11 \ \checkmark \end{aligned}$$

Algoritmo

Para resolver una variable:

1. Haz la suma o la resta.

2. Haz la multiplicación o la división.

$$\begin{array}{r|c|l} 3 + 2y & = & 9 \\ -3 & & -3 \\ \frac{2y}{2} & = & \frac{6}{2} \\ y & = & 3 \end{array}$$

Ejemplo

Halla *y*. $7 - 2y = 13$

Solución

Nuestra variable es *y*. Necesitamos aislarla.

$$\begin{array}{r|c|l} 7 - 2y & = & 13 \\ -7 & & -7 \end{array}$$

Resta 7 de los dos lados.

$$\begin{array}{r|c|l} -2y & = & 6 \\ \hline -2 & & -2 \\ y & = & -3 \end{array}$$

Divide ambos lados por -2.

<u>*Comprueba*</u>*:* $y = -3$

$$\begin{aligned} 7 - 2y &= 13 \\ 7 - 2(\ \ ) &= 13 \\ 7 - 2(-3) &= 13 \\ 7 + 6 &= 13 \\ 13 &= 13 \end{aligned}$$

Recuerda

***P**aréntesiss*

***E**xponentes*

***M**ultiplicación o **D**ivisión*

***A**dicion (Suma) o **S**ustracción (Resta)*

Ejemplo

Halla *t*. $15 = 2t + 5$

Solución

$$\begin{array}{r|c|l} 15 & = & 2t + 5 \\ -5 & & \quad\ \ -5 \\ 10 & = & 2t \\ \hline 2 & & 2 \\ 5 & = & t \end{array}$$

<u>*Comprueba*</u>*:* $5 = t$

$$\begin{aligned} 15 &= 2t + 5 \\ 15 &= 2(\ \ ) + 5 \\ 15 &= 2(5) + 5 \\ 15 &= 10 + 5 \\ 15 &= 15 \end{aligned}$$

Ejemplo

Halla *s*. $94 = -18 - 2s$

Solución

$$\begin{array}{r|c|l} 94 & = & -18 - 2s \\ +18 & & +18 \\ \frac{112}{-2} & = & \frac{-2s}{-2} \\ -56 & = & s \end{array}$$

> ***Recuerda***
>
> *Un número negativo multiplicado o dividido por un número negativo es un número positivo!*

<u>Comprueba</u>: -56 = s

$$94 = -18 - 2s$$
$$94 = -18 - 2(\ \ )$$
$$94 = -18 - 2(-56)$$
$$94 = -18 + 112$$
$$94 = 94$$

Ejemplo

Halla *n*. $3n = 4n + 7$

Solución

Ahora tenemos términos con variables a ambos lados del signo igual. Necesitamos colocar la variable en un lado del signo igual.

$$\begin{array}{r|c|l} 3n & = & 4n + 7 \\ -4n & & -4n \\ \frac{-n}{-1} & = & \frac{7}{-1} \\ n & = & -7 \end{array}$$

Resta 4*n* de ambos lados.

Como $-n$ es en realidad $-1 \bullet n$, deshacemos la multiplicación y *dividimos por* -1 en ambos lados.

<u>Comprueba</u>: n = -7

$$3n = 4n + 7$$
$$3(\ \ ) = 4(\ \ ) + 7$$
$$3(-7) = 4(-7) + 7$$
$$-21 = -28 + 7$$
$$-21 = -21$$

Comprobar esto requiere que trabajemos en ambos lados del signo igual a la vez. Sabemos que nuestra respuesta es correcta porque los números al final son iguales.

Ejemplo

Halla *j*. $\qquad \dfrac{4}{j} = 2$

Solución

Recuerda que debemos multiplicar por el denominador de una fracción para deshacerla. Esto quiere decir que empezaremos multiplicando ambos lados por *j*.

$$j \cdot \frac{4}{j} = 2 \cdot j$$

$$\frac{4}{2} = \frac{2j}{2}$$

$$2 = j$$

Comprueba: $2 = j$

$$\frac{4}{j} = 2$$

$$\frac{4}{(\ )} = 2$$

$$\frac{4}{(2)} = 2$$

$$2 = 2$$

3. Resuelve cada variable y comprueba.

a) $4n + 2 = 34$

b) $9 + 2a = 25$

c) $-n - 6 = 50$

d) $2 = 6x - 10$

e) $\dfrac{c}{2} + 3 = 7$

f) $4 = -2v - 10$

g) $25g - 17 = 183$

h) $3n + 2 = 2n - 1$

i) $4 = 3x - 8$

j) $\frac{15}{x} = 3$

A veces te darán ecuaciones con más de una variable, y te pedirán que sustituyas un número por una de las variables.

Ejemplo

En la ecuación $y = -8x + 3$, halla el valor de *y* cuando *x* = 1.

Solución

Para contestar esta pregunta, necesitamos sustituir el valor de 1 por *x*.

$y = -8x + 3$	Escribe de nuevo la ecuación.
$y = -8(\ \ ) + 3$	Sustituye 1 por *x*.
$y = -8(1) + 3$	Usa PEMDAS para simplificar.
$y = -8 + 3$	
$y = -5$	

Ejemplo

Si *m* = 4 y *a* = 5, halla el valor de *y* en la ecuación $y = 4m + a^2$.

Solución

Debemos sustituir 4 por *m* y 5 por *a*.

Si te ayuda, sustituye sólo una variable a la vez.

$$y = 4m + a^2$$
$$y = 4(\ \ ) + a^2$$
$$y = 4(4) + a^2$$
$$y = 4(4) + (\ \ )^2$$
$$y = 4(4) + (5)^2$$
$$y = 4(4) + 25$$
$$y = 16 + 25$$
$$y = 41$$

Ejemplo

Para la ecuación $d = rt$, halla *d* cuando $r = 25$ y $t = 6$

Solución

Recuerda, cuando hay letras juntas sin signos entre ellas, se multiplican.

$d = rt$ en realidad significa

$$d = r \bullet t$$

Ahora sustituimos 25 por *r*, y 6 por *t*.

$$d = r \bullet t$$
$$d = (\ \ )\bullet(\ \ )$$
$$d = (25)\bullet(6)$$
$$d = 150$$

4. Cuando $z = 2$, halla el valor de $4z - 3$.

5. Cuando $h = 5$ y $a = 2$, halla $3h + ha$.

6. Cuando x = 3, ¿cuál es el valor de $\frac{6}{x^2}$?

7. Si a = -12, simplifica $a^2 + 5a - 24$.

8. ¿Es la ecuación $a^2 + b^2 = c^2$ verdad cuando a = 1, b = 2, y c = 3?

☑ Repaso

1. Marca cada paso de los algoritmos “Resolver una variable”
2. Marca los Objectivos.
3. Escribe una pregunta que te gustaría hacerle a tu instructor, o algo nuevo que hayas aprendido en esta lección.

Problemas de práctica

Math On the Move Lección 12

Instrucciones: Escribe las respuestas en la libreta de matemáticas. Titula este ejercicio Math On the Move – Lección 12, Conjuntos A y B

Conjunto A

1. Simplifica cada expresión algebraica

a) $2r + 4r - r$ b) $7a + 1 - 2a + 2$

c) $4x + y - 3x + 2y$ d) $h - 4h + 2 - 3$

2. Resuelve cada una de las variables y comprueba.

a) $6x + 2x = 32$ b) $12y + 2 = 26$

c) $2 = \frac{10}{t}$ d) $8p = 7p - 1$ e) $-2k - 4 = -30$

3. Cuando $p = 12$, ¿cuál es el valor de $2p + 11$?

4. Si $a = 7$ y $d = -6$, ¿cuánto es $2a + 4d$?

5. En la ecuación $d = b^2 - 4ac$, halla *d* cuando $b = 9$, $a = 2$ y $c = 3$

Conjunto B

1. Aquí está una ecuación que para resolverla requiere más de dos pasos

Halla *x*. $3x - 4 = x + 2$

2. Simplifica la siguiente expresión. (*Pista:* Simplifica lo de arriba primero.)

$$\frac{3a + 2 - 2a - 2}{a}$$

Respuestas a Inténtalo

1. a) $7m$ b) $2x$ c) a d) $11w - 4$

   e) $8s$ f) $10z + 4$ g) $3m + 3$

2. $4x + 2$

3. a) $n = 8$ b) $a = 8$ c) $n = -56$

   d) $x = 2$ e) $c = 8$ f) $v = -7$

   g) $g = 8$ h) $n = -3$ i) $x = 4$

   j) $x = 5$

4. $4z - 3 = 4(2) - 3 = 5$

5. $3h + ha = 3(5) + (5)(2) = 25$

6. $\frac{6}{x^2} = \frac{6}{3^2} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

7.

$$\begin{aligned} & a^2 + 5a - 24 \\ &= (-12)^2 + 5(-12) - 24 \\ &= 144 - 60 - 24 \\ &= 60 \end{aligned}$$

8. No

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ 1^2 + 2^2 &= 3^2 \\ 1 + 4 &= 9 \\ 5 &\neq 9 \end{aligned}$$

NOTAS

Fin de la lección 12